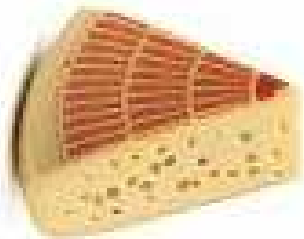
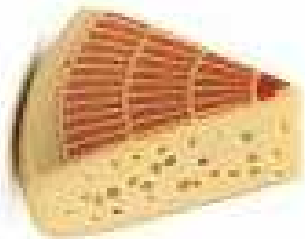
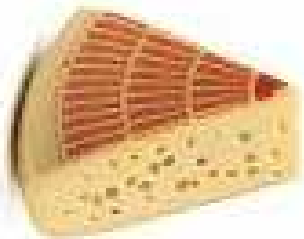
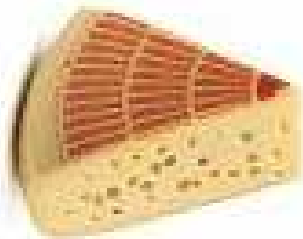
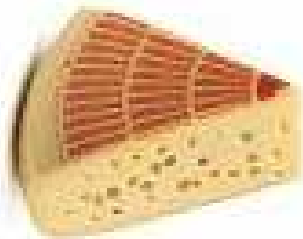


# I frattali

Aristotele

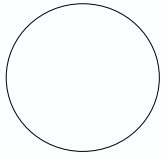
Delle grandezze, quella che ha **una dimensione** è **linea**, quella che ne ha **due** è **superficie**, quella che ne ha **tre** è **volume**, al di fuori di queste non si hanno altre grandezze . . .

E qual è la dimensione del formaggio Emmenthal ?



# Dimensione euclidea

Il punto non ha massa  $M$ , la sua **dimensione** è  $D = 0$

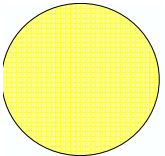


La massa di una circonferenza è

$$M = d \times 2\pi R \quad D = 1$$

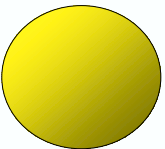
$d$  è la densità

La massa di un cerchio è



$$M = d \times \pi R^2 \quad D = 2$$

La massa di una sfera omogenea è



$$M = d \times \frac{4\pi}{3} R^3 \quad D = 3$$

# La palla di carta accartocciata

La sfera piena omogenea è un **Oggetto Euclideo**  $D = 3$ .

Per una sfera omogenea se

- **raddoppio** il raggio la sua massa aumenta di **8** volte,
- se lo **triplico** la massa aumenta di **27** volte, etc.

La pallina di carta accartocciata è un **Oggetto Frattale**

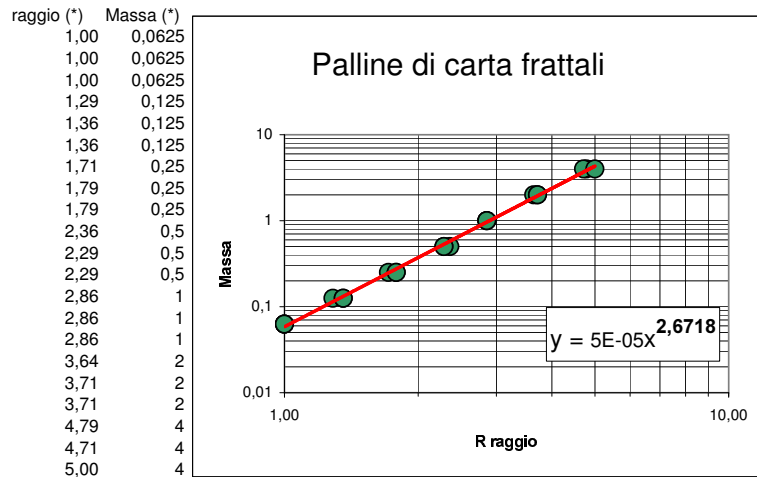
Per una pallina accartocciata se

- **raddoppio** il raggio la sua massa aumenta di **6.37** volte,
- se lo **triplico** la massa aumenta di **18.82** volte, etc.

$$M \propto R^{D_F} \quad D_F = \text{dimensione frattale}$$

$$2 < D_F = 2.6718 < 3$$

# L'esperimento



(\*) Per comodità le unità della massa e del raggio sono arbitrarie:  
Massa 1 indica che è stato usato un foglio di giornale  
Raggio 1 indica il raggio della pallina più piccola (7mm)

● Si prendono prima 4 fogli di giornale, poi 2, 1, la metà di un foglio, un quarto, un ottavo ed un sedicesimo, li si bagna e li si appallottola;

● si ottengono così 7 palle di carta ognuna di massa metà della precedente;

● si fanno asciugare le palle, se ne misura massa e diametro, si ripete l'esperimento diverse volte per ridurre l'errore.

$$D_F = \frac{\log(M)}{\log(R)} = 2.6718$$

# Strutture ripetitive e autosimilari

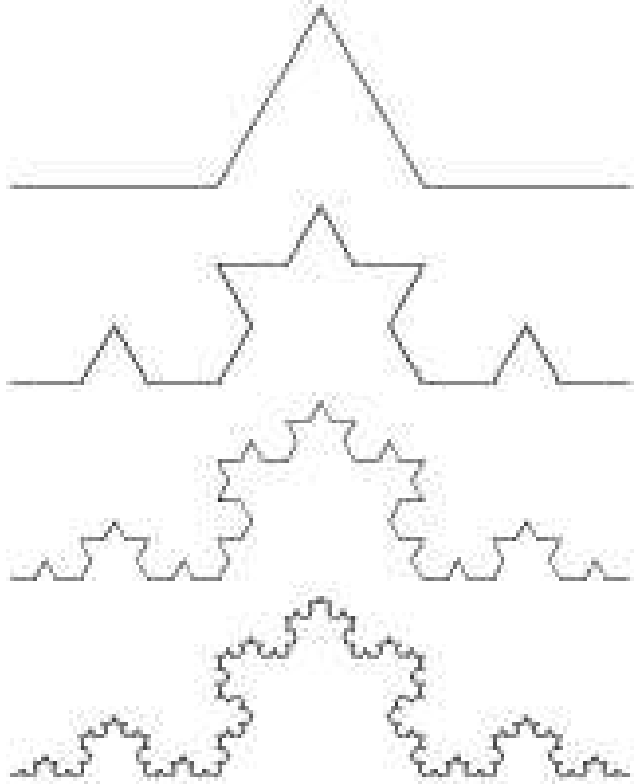


Il bordo di una busta di plastica strappata



Il bordo di una foglia

# La curva di Koch a fiocco di neve



La massa della curva di Koch  $M = 1$  non cambia, ma aumenta il numero di segmenti  $N(r) = 1, 4, 16, \dots$  che la compongono, via via che la loro lunghezza  $r = 1, 1/3, 1/9 \dots$  diminuisce.

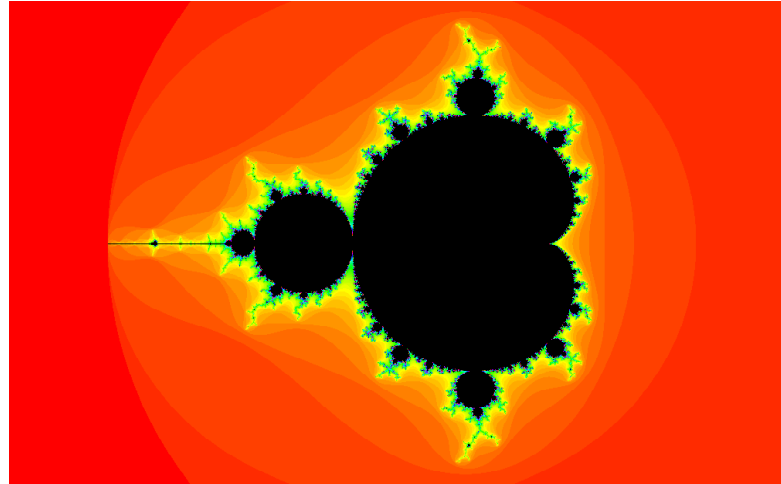
Ma vale sempre la relazione

$$M = 1 = d \times r^{D_F} \times N(r)$$

La **dimensione frattale** di un Fiocco di Neve è

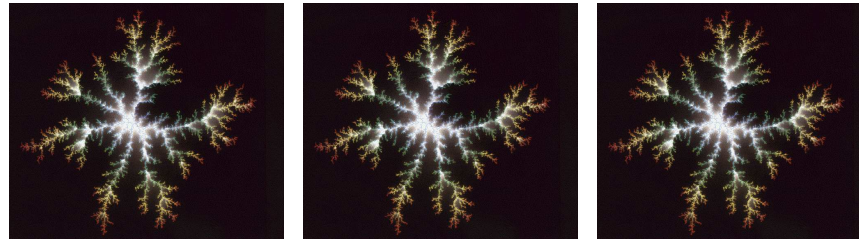
$$D_F = \lim_{r \rightarrow 0} - \frac{\log N(r)}{\log r} = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.2618 \dots$$

# I frattali sono in mezzo a noi



- La dimensione frattale dell'Emmenthal è **2.5**
- La dimensione frattale della costa della Bretagna è **1.3**
- La superficie di un cavolo, le vene in una mano, le foglie sono frattali
- La distribuzione della materia nell'universo è frattale o uniforme ?

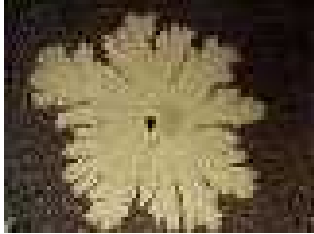
# Utilità dei frattali



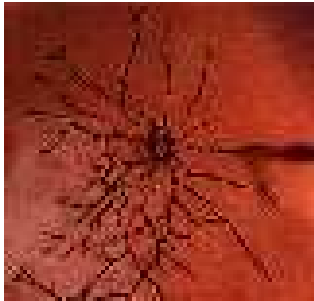
- I frattali sono usati da ingegneri e fisici per creare modelli che descrivono il moto dei fluidi turbolenti ed i fenomeni di combustione.
- I frattali possono essere usati per comprimere le immagini e hanno larga applicazione nella realizzazione di film virtuali.
- I frattali sono usati per riprodurre i mezzi porosi e quindi per le indagini legate agli idrocarburi.
- I frattali sono usati per lo studio della natura: riprodurre le linee di costa, i corsi dei fiumi, le montagne e per descrivere l'erosione del suolo.



# La natura è frattale



Aggregazioni di batteri

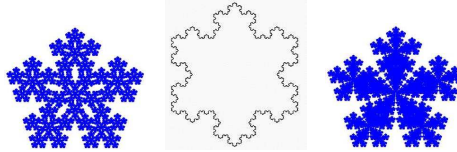


Colonie di termiti



Formazione sedimentarie nelle rocce

# Libri e siti web sull'argomento



- *Gli oggetti frattali* di B.B. Mandelbrot, Editore Einaudi, 2000.
- *Determinismo e caos* di A. Vulpiani, Editore Carrocci, 2004.
- *Caso e caos* di D. Ruelle, Bollati Boringhieri, Torino, 2003.
- <http://www.intercom.publinet.it/Frattali.htm>
- <http://digilander.libero.it/pnavato/frattali/>
- <http://www.geocities.com/SiliconValley/4421/fractals/>
- [http://www.ispfp.ch/didattica-fisica/corsi\\_aggiornamento/frattali/links.htm](http://www.ispfp.ch/didattica-fisica/corsi_aggiornamento/frattali/links.htm)