« CAOS AD ALTA DIMENSIONALITÀ »

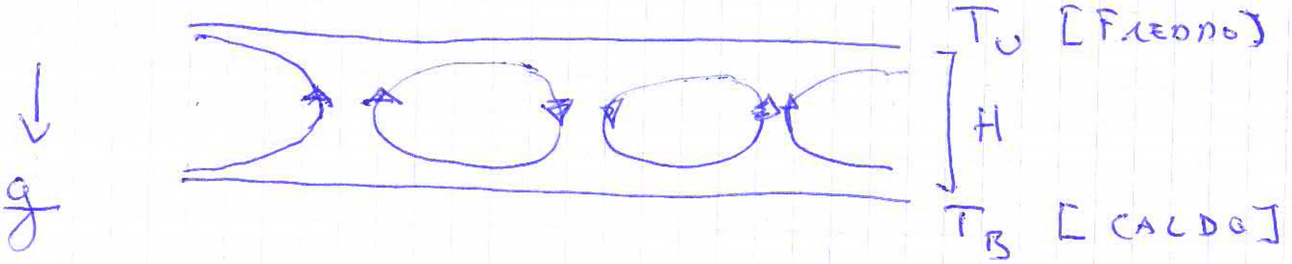
[CONVEZIONE DI RAYLEIGH-BÉNARD]

Hp) i) FLUIDO TERMICAMENTE ESPANDIBILE $\rho = \rho(T)$

ii) FLUIDO FRA 2 PIASTRE ORIZZONTALI A $T_B > T_U$

iii) CAMPO GRAVITAZIONALE

iv) EFFETTI DISSIPATIVI



- $T_U > T_B$ STATO DI CONDUZIONE del CALORE

$$T(z) = T_B + z\,\frac{T_U - T_B}{H}$$

STATO STABILE

- $T_U < T_B$

→ Una differenza di temperatura genera una DIFFERENZA di DENSITÀ [FLUIDO ESPANDIBILE]

⇓

SPINTA DI ARCHIMEDE verso l'ALTO

→ EFFETTI DISSIPATIVI che si OPPONGONO

SE $\Delta T > \Delta T_c$

$\Downarrow$

MOTI CONVETTIVI STABILI

— o —

Tempi caratteristici per trasporto calore da una piastra all'altra.

— o —

Il calore si trasporta in 2 modi: diffusione del calore

$$\langle x^2 \rangle \sim D_T \cdot t$$

$$\tau_c \propto H^2 / D_T$$

Tempo caratteristico della diffusione

Moto del fluido

$$F_A = g \rho \Delta V = (\rho_0 g \alpha \Delta T) V_0 \quad \text{per unità di volume}$$

α = coefficiente di espansione termica per unità di volume

$$\Delta V = V_0 (\alpha \Delta T)$$

$$F_V \propto -\eta (L) \underline{v}$$

$$\underline{F_V} \quad \vert \quad \vec{\ } \quad \leftarrow \quad \underline{v}$$

EFFETTI DISSIPATIVI

- ATTRITO VISCOSO
- DIFFUSIONE DEL CALORE

Tende a uniformare T ed a diminuire l'effetto della spinta di Archimede

— — — —

$\wedge$

Equazione propagazione del calore

Legge di Fourier

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -k \, \underline{\nabla} T$$

$\Downarrow$

Eq. del calore

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

SFERA $\underline{F}_V = -6\pi\eta r \underline{v}$ LEGGE di STOKES

$F_V/\Delta V \propto \eta / H \tau_{TM}$

ASSUMENDO $\frac{F_A}{\Delta V} \sim \frac{F_V}{\Delta V}$

$\Downarrow$

TROVO

~~$\tau_{TM} = \frac{F_A}{F_V} = \frac{\text{FORZA di ARCHIMEDE}}{\text{FORZA di ATTRITO VISCOSO}}$~~

$\boxed{\tau_{TM} \simeq \frac{\eta}{\rho g \alpha \Delta T H}}$

MOTI CONVETTIVI SE $\boxed{\tau_{TM} < \tau_c}$

IL MOTO DI CONVEZIONE DEVE ESSE più RAPIDO DELLA CONDUZIONE

SE NO IL CALORE SI DISSIPA!!!

IL CALORE È TRASPORTATO dalla CONVEZIONE e NON dalla CONDUZIONE

$$\left\{ R_A = \frac{\rho \cdot g \alpha H^3}{\eta D_T} \Delta T \geqslant \text{COST} \right.$$

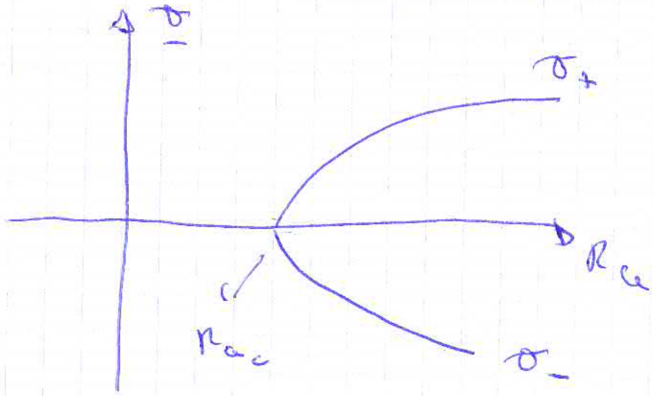
NUMERO DI RAYLEIGH

$R_A \geq R_{AC}$ CONVEZIONE STABILE

$$R_{AC} = \left[\frac{\rho g \alpha H^3}{\eta D_T}\right] \Delta T_C$$

$\downarrow$

LA SPINTA DI GALLEGGIAMENTO PREVALE SUGLI EFFETTI DISSIPATIVI



VELOCITÀ dei ROLLI di CONVEZIONE e LORO VERSO!

$R_a > R_{a_c}$ MOTO CONVETTIVI (CICLO LIMITE)

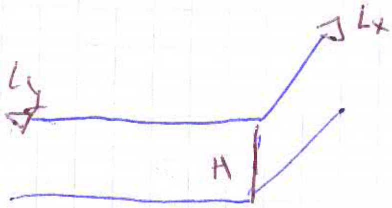
$R_a >> R_{a_c}$ { STAZIONARIA SPAZIALMENTE COERENTE + CAOS A BASSA DIMENSIONALITÀ (TEMPORALMENTE SCORRELATO)

$R_a >>> R_{a_c}$ PERDITA della COERENZA SPAZIALE

$\Downarrow$

{ CAOS SPAZIO-TEMPORALE (MOTO TURBOLENTO) (CAOS AD ALTA DIMENSIONALITÀ)

L GRADI DI LIBERTÀ ↑



Rapporto di ASPETTO $\Gamma = L/H$

Γ piccolo $\Rightarrow$ Numero di rolli limitato

$\Downarrow$

Ho caos basso dimensionale anche per $Ra >>> Ra_c$

$\Gamma = 2$ / 2 gradi di libertà

Γ grande $\Rightarrow$ Alto numero di rolli

Turbolenza

[Fenomeno fisico irrisolto]

Teoria di Landau - Hopf della turbolenza (1944)

Ciclo limite (rollo) $\xrightarrow{\text{Bif. Hopf}}$ Attrattore quasi-periodico T^2 $\xrightarrow{\text{Bif. Hopf}}$ Toro T^3 $\to \dots \to$ Toro T^N

Pto fisso $\to$ Ciclo limite $\to$ Toro T^2 $\to$ Toro T^3 o Caos o Toro T^4

Ruelle e Takens hanno dimostrato che (1971) un toro T^3/T^4 è strutturalmente instabile

$\Downarrow$ variazioni infinitesime di parametri

ciclo limite o attrattore strano

- Mappe accoppiate -

SISTEMA ESTESO $\rightarrow$ SISTEMI PUNTI FORMI ACCOPPIATI

$$\begin{cases} x^{k}_{n+1} = F(x^{k}_{n}) + \epsilon\left(x^{k+1}_{n} - 2x^{k}_{n} + x^{k-1}_{n}\right) \\ F \rightarrow \text{MAPPA CAOTICA 1-D} \end{cases}$$

Questa è analoga alla equazione di REAZIONE-DIFFUSIONE per una specie CHIMICA

$$\partial_t \underline{x} = \underbrace{G(\underline{x})}_{\text{REAZIONE}} + \underbrace{D\nabla^2 \underline{x}}_{\text{DIFFUSIONE}}$$

$\Downarrow$

- PATTERN SPAZIO-TEMPORALI CAOTICI (BELOUSOV-ZHABOTINSKY)

- PROPAGAZIONE di FRONTI

  FISHER-KOLMOGOROV-PETROVSKIJ-PISKUNOV EQ.

  $G \propto x(1-x)$

Conviene riscrivere le equazioni come

$$\begin{cases} X^{k}_{N+1} = (1-\epsilon)\, F(X^{k}_{n}) + \dfrac{\epsilon}{2}\left[F(x^{k+1}_{n}) + F(x^{k-1}_{n}) \right] \\ 0 \leq \epsilon \leq 1 \end{cases} \qquad (*)$$

La mappa accoppiata si può esprimere come 2 operazioni successive

1) Applicazione della dinamica caotica locale

$$z^{k}_{n+1} = F(z^{k}_{n}) \qquad (\square)$$

2) Media spaziale su 3 siti adiacenti

$$\tilde{z}^{k}_{N} = (1-\epsilon)\, z^{k}_{n} + \frac{\epsilon}{2}\left[z^{k+1}_{n} + z^{k-1}_{n} \right]$$

Per passare da $(\square)$ a $(*)$ basta effettuare la sostituzione di variabile.

$$x^{k}_{n} = \tilde{z}^{k}_{n}$$