

Einführung in die Rechnerbedienung

Übungsblatt 6

März 2007

Georg-August-Universität Göttingen
Institut für Theoretische Physik
PD Dr. A. Honecker, T. Kranz, R. Peters



Aufgabe 1

Mandelbrot-Menge: Wir betrachten die Iterations-Vorschrift

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (1)$$

mit $z_n \in \mathbb{C}$. Die Mandelbrot-Menge ist nun gegeben durch die $c \in \mathbb{C}$, für die alle $|z_n|$ unter der Iteration (1) mit $z_0 = 0$ beschränkt bleiben.

Zur grafischen Darstellung identifizieren wir jedes Pixel mit einem c . Dann iterieren wir (1) mit $z_1 = c$ eine gegebene maximale Anzahl von Iterationen i (z.B. $i < 1000$). Bleibt $|z_i| < 2$ während dieser Iterationen, zählen wir c zur Mandelbrot-Menge und färben das zugehörige Pixel entsprechend ein (üblicherweise schwarz). Andernfalls ordnen wir der Iteration i , bei der zum ersten Mal $|z_i| \geq 2$ wird, eine entsprechende Farbe zu. Setzen Sie diese Vorschrift in ein Java-Programm um !

Hinweise:

- i. Die Mandelbrot-Menge liegt im Bereich

$$-2 \leq \Re c \leq 1, \quad -1 \leq \Im c \leq 1.$$

- ii. Sie können Ihre Klasse `Complex` aus Aufgabe 3 vom 3. Übungsblatt verwenden. Effizienter wird es jedoch, wenn man die Iterationsvorschrift separat für den Realteil und Imaginärteil von z_i programmiert.

Aufgabe 2

Das *Sierpiński-Dreieck* wird durch folgende Iterationsvorschrift gebildet:

- i. Zeichne ein Dreieck (typischerweise gleichseitig).
- ii. Verbinde die Mittelpunkte der Seiten. Dies zerlegt das ursprüngliche Dreieck in vier deckungsgleiche. Die drei äußeren zeigen in die gleiche Richtung wie das ursprüngliche, das innere in die umgekehrte Richtung.
- iii. *Rekursion:* Für alle drei äußeren Dreiecke fahre mit Schritt ii. fort.

Setzen Sie diese Vorschrift in ein Java-Programm um ! Brechen Sie die Rekursion ab, wenn eine vorgegebene Tiefe erreicht ist, bzw. sobald die einzelnen Dreiecke zu klein werden (Dreiecke, die kleiner sind als ein einzelner Pixel, sind irgendwann nicht mehr sinnvoll).

Aufgabe 3

Der *Pythagoras-Baum* wird durch folgende Iterationsvorschrift konstruiert:

- i. Wir fangen mit einer horizontalen Grundseite an.
- ii. Auf diese Grundseite zeichnen wir ein Quadrat.
- iii. Auf die gegenüberliegende Seite des Quadrats setzen wir ein rechtwinkliges Dreieck, so dass die längste Seite des Dreiecks an das Quadrat anschließt.
- iv. *Rekursion*: Für die beiden außen liegenden Seiten des Dreiecks fahre mit Schritt ii. fort.

Setzen Sie diese Vorschrift in ein Java-Programm um ! Wählen Sie für Quadrate und Dreiecke unterschiedliche Farben ! Brechen Sie die Rekursion ab, wenn eine vorgegebene Tiefe erreicht ist, bzw. sobald die Kantenlängen zu klein werden (Kanten, die kleiner sind als ein einzelner Pixel, sind irgendwann nicht mehr sinnvoll).

Hinweise:

- i. Die Wahl des Dreiecks steht Ihnen frei, solange es ein rechtwinkliges Dreieck ist.
- ii. Es mag nützlich sein, sich daran zu erinnern, dass ein zu $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ senkrechter Vektor gegeben ist durch $\begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$.